



Olimpiada Națională de Matematică 2020  
Etapa locală – Iași

CLASA a V-a  
Barem de corectare

**Problema 1.** Să se determine numerele naturale de forma  $\overline{abc}$  știind că  $\overline{ab} = \overline{bc} + a^3$ , iar  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$ .

**Soluție și barem:** Dacă  $\overline{ab} = \overline{bc} + a^3 \Rightarrow a^3 < 99 \Rightarrow a \in \{1, 2, 3, 4\}$  ..... **2 p**

1)  $a = 1 \Rightarrow \overline{1b} = \overline{bc} + 1 \Rightarrow 9 = 9b + c \Rightarrow b = 1$  și  $c = 0 \Rightarrow \overline{abc} = 110$  ..... **1 p**

2)  $a = 2 \Rightarrow \overline{2b} = \overline{bc} + 2^3 \Rightarrow 12 = 9b + c \Rightarrow b = 1$  și  $c = 3 \Rightarrow \overline{abc} = 213$  ..... **1 p**

3)  $a = 3 \Rightarrow \overline{3b} = \overline{bc} + 3^3 \Rightarrow 3 = 9b + c$ , fals deoarece  $b \neq 0$  ..... **1 p**

4)  $a = 4 \Rightarrow \overline{4b} = \overline{bc} + 4^3 \Rightarrow 40 = 9b + c + 64$  (fals)

Finalizare:  $\overline{abc} \in \{110; 213\}$  ..... **1 p**

Oficiu **1 p**

**Problema 2.** Vlad are o sumă de bani. După ce dublează suma cheltuiește 160 lei. Triplează suma rămasă și mai cheltuiește 900 lei. După ce dublează noul rest și cheltuiește 600 lei constată că i-au mai rămas 900 lei. Ce sumă inițială a avut Vlad?

**Soluție și barem:** Notăm cu  $S$  suma inițială ..... **1 p**

Ținând cont de enunț, obținem ecuația  $2 \cdot [3 \cdot (2 \cdot S - 160) - 900] - 600 = 900$  ..... **3 p**

Finalizare. Se obține  $S = 355$  lei ..... **3 p**

**Problema 3.** Se scriu în ordine primele 2020 numere naturale nenule. Eliminăm din acest șir o parte din numere după următorul procedeu: tăiem un număr, sărim un număr; tăiem două numere, sărim două numere; tăiem trei numere, sărim trei numere; ș.a.m.d.

a) Verificați dacă 2020 este tăiat sau nu.



b) Câte numere au rămas netăiate?

**Soluție și barem:** a) Pasul 1: tăiem un număr, sărim un număr;

Pasul 2: tăiem două numere, sărim două numere;

Pasul 3: tăiem trei numere, sărim trei numere;

⋮

Pasul n: tăiem n numere, sărim n numere;

După n pași, vom avea  $1 + 2 + 3 + \dots + n = n \cdot (n + 1) : 2$  numere sărite  $\Rightarrow$  vom avea  $n \cdot (n + 1)$  numere tăiate și sărite.....**2 p**

Căutăm acel  $n \in \mathbb{N}$  pentru care  $n \cdot (n + 1) < 2020$  și pentru care nu se mai poate aplica pasul următor (adică cel mai apropiat produs de două numere consecutive mai mic decât 2020).....**2 p**

Găsim  $n = 44 \Rightarrow 44 \cdot 45 = 1980$  numere tăiate sau sărite, vom avea 990 numere tăiate și 990 numere sărite și au rămas 40 de numere care vor fi tăiate, prin urmare 2020 va fi tăiat.....**1 p**

b) Șirul va conține  $990 + 40 = 1030$  numere tăiate și 990 numere sărite (netăiate).....**1 p**

Oficiu **1 p**

**Problema 4.** Determinați  $x, y, z$  numere naturale dacă

$$2^{5x+1} + 2^{2y} + 2^z = 2368$$

**Soluție și barem:** Se scrie în mod unic  $2368 = 2^{11} + 2^8 + 2^6$ .....**2 p**

Ecuția devine  $2^{5x+1} + 2^{2y} + 2^z = 2^{11} + 2^8 + 2^6$ .....**1 p**

Analizăm cazurile

1)  $5 \cdot x + 1 = 11$

$2 \cdot y = 8$

$z = 6$

sau

2)  $5 \cdot x + 1 = 11$

$2 \cdot y = 6$

$z = 8$

sau

3)  $5 \cdot x + 1 = 6$

$2 \cdot y = 8$

$z = 11$ .....**3 p**

Finalize. Se obțin soluțiile

1)  $x = 2, y = 4, z = 6$

2)  $x = 2, y = 3, z = 8$

3)  $x = 1, y = 4, z = 11$ .....**1 p**