

CONCURSUL DE MATEMATICĂ
FLORICA T. CÂMPAN
EDIȚIA A X-A
ETAPA INTERJUDEȚEANĂ, 17 APRILIE 2010



Clasa a VI-a
BAREM

SUBIECTUL I

Din oficiu **2p**

- a) Avem $2^n = 2^{n-3} \cdot 2^3 > 2^{n-3} \cdot 7 = 2^{n-3} \cdot (2^2 + 2 + 1) = 2^{n-1} + 2^{n-2} + 2^{n-3}$. **4p**
- b) Sumele numerelor de pe două linii și, respectiv, de pe două coloane ce nu au nici un divizor comun (pătrat comun) sunt diferite; cea mai mare este cea care conține divizorul mai mare al lui 2^{2010} , conform a). **3p**
- Pentru o pereche linie – coloană, linie – diagonală sau coloană – diagonală care au un divizor comun al lui 2^{2010} existența a două sume egale ar conduce la o relație de tipul $2^a + 2^b = 2^m + 2^n$, unde $a, b, m, n \in \mathbb{N}$, distincte două câte două. **3p**
- Însă, dacă $a > \max(b, m, n)$, atunci $2^a > 2^m + 2^n$, pentru că $2^a = 2^{a-2} \cdot 4 > 2^{a-2} \cdot (2 + 1) = 2^{a-1} + 2^{a-2}$. **3p**

SUBIECTUL II

Din oficiu **2p**

Dacă $y = 0$ sau $z = 0$, atunci obținem o contradicție. **2p**

Dacă $y \neq 0$ și $z \neq 0$, atunci avem:

$$\frac{x(x+y+z)}{y+z} = \frac{y(x+y+z)}{x+z} = \frac{z(x+y+z)}{x+y} = \frac{(x+y+z)^2}{2(x+y+z)} = \frac{x+y+z}{2} \cdot 3p$$

Împărțind prin $x + y + z$ se obține:

$$\frac{x}{y+z} = \frac{y}{x+z} = \frac{z}{x+y} = \frac{1}{2} \cdot 2p$$

Deci $y + z = 2x$ și $x + z = 2y$, de unde $2y + 2z = 4x$ iar $x + z + 2z = 4x$, adică $x = z$. **2p**

$x + z = 2y$ și $x = z$, conduce la $x = y = z$. **1p**

Avem $\overline{abc} = x^3$ și cum $4^3 < \overline{abc} < 10^3$ rezultă că $\overline{abc} \in \{5^3, 6^3, 7^3, 8^3, 9^3\}$ și **1p**

$\overline{xyz} \in \{555, 666, 777, 888, 999\}$. **2p**

SUBIECTUL III

Din oficiu **2p**

Observă că AD și BE sunt bisectoare. **1p**

Constată că și CF este bisectoare. **1p**

E aparține bisectoarei unghiului $\sphericalangle B$ și rezultă că E este egal depărtat de BC și AB . **2p**

E aparține bisectoarei unghiului exterior lui $\sphericalangle DAB$ ($E \in AC$), de unde E este egal depărtat de AD și AB . **3p**

Rezultă că E este egal depărtat de DC și DA și atunci DE este bisectoarea unghiului $\sphericalangle CDA$. **3p**

Analog DF este bisectoarea unghiului $\sphericalangle ADB$. **1p**

Deci $m(\sphericalangle EDF) = 90^\circ$ și concluzionăm că unghiul drept al echerului este așezat în D . **2p**

Observație! Dacă afirmă că vârful este în D și catetele trec prin E, F (eventual pe baza unor încercări) fără să justifice, capătă **3 p**.