

CONCURSUL DE MATEMATICĂ
FLORICA T. CÂMPAN
 EDIȚIA A X-A
 ETAPA INTERJUDEȚEANĂ, 17 APRILIE 2010



Clasa a VIII-a
BAREM

SUBIECTUL I

- P₁** este falsă, întrucât $10^{-2010} < 10^{-2000}$ 4p
- P₂** este falsă; de exemplu, $\frac{1}{10^{2000} + 1}$ este 2000-insignifiant, dar nu este 2010-insignifiant.....3p
- P₃** este falsă; de exemplu, luând $x = y = \frac{1}{10^{2010} + 1}$, avem că $x + y = \frac{2}{10^{2010} + 1} > \frac{1}{10^{2010}}$ 3p
- P₄** este adevărată: dacă $0 < x < 10^{-2000}$, $0 < y < 10^{-2000}$, atunci $0 < xy < 10^{-4000} < 10^{-2010}$ 3p
- Baza2p

SUBIECTUL II

- a) Cum $12^3 = 1728 < 2010$, rezultă că numărul 12 nu este 2010-acceptabil3p
- b) $13^3 = 2197 > 2010$ și rezultă că 13 este 2010-acceptabil3p
- $13^3 = \underbrace{1^3 + 1^3 + \dots + 1^3}_{2008 \text{ termeni}} + 4^3 + 5^3$ și atunci numărul 13 este 2010-remarcabil.....4p
- c) Cum $(13k)^3 = \underbrace{k^3 + k^3 + \dots + k^3}_{2008 \text{ termeni}} + (4k)^3 + (5k)^3$, orice număr natural de forma $13k$ este 2010-remarcabil.3p
- Baza2p

SUBIECTUL III

- a) 2009 marți: o monedă de 2009 *marți* și 2009 monede de 1 *mart*.4p
- b) Fie a numărul monedelor de 1 *mart*, iar b numărul monedelor având valoarea de cel puțin doi *marți*. Cum $a + b = 2010$ și $a + 2b \leq 4018$, rezultă că $b \leq 2008$, deci $a \geq 2$4p
- c) Ordonăm crescător valorile monedelor din grămadă: $1 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{2010}$ și considerăm sumele $1 \leq s_1 = x_1 < s_2 = x_1 + x_2 < \dots < s_{2009} = x_1 + x_2 + \dots + x_{2009} \leq 4017$. Dacă una dintre aceste sume se divide cu 2009, ea este egală cu 2009 și problema este rezolvată. Dacă toate sumele considerate dau resturi nenule la împărțirea prin 2009, vor exista două care să dea același rest, iar diferența lor, divizibilă cu 2009, va fi chiar egală cu 2009. Astfel, punem în evidență un set de monede a căror valoare totală este egală cu 2009.5p
- Baza2p