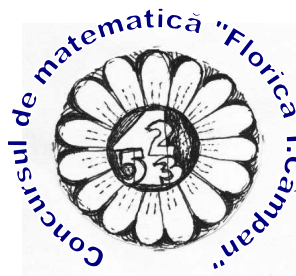


CONCURSUL DE MATEMATICĂ  
**FLORICA T. CÂMPAN**

EDIȚIA A X-A  
ETAPA INTERJUDEȚEANĂ, 17 APRILIE 2010



**Clasa a VII-a**

**SUBIECTUL I**

Întors de la Concursul „Florica T. Câmpan”, un copil este întrebat de mama sa ce a făcut.

- Totul, mai puțin o problemă. Să ți-o zic: se face o operație, aceeași, cu fiecare două din trei numere reale și, de fiecare dată, rezultatul obținut este un număr rațional. Se cerea să se demonstreze că toate cele trei numere sunt raționale.
- Bine, bine – spune mama – despre ce operație e vorba?
- Păi ... nu țin minte, dar intru pe internet și găsesc subiectele acolo. După aceea, mă lași să joc un joc nou pe internet?
- Sigur, repede la internet pentru orice informație! Tu memorie internă nu mai ai?
- Îmi aduc aminte, doar că era ori adunare, ori înmulțire.
- Ei, atunci nu e greu. Uite, eu știu deja ce operație era în enunțul problemei și cum să o rezolv.

Aflați și voi cum a gândit mama băiatului și justificați răspunsul.



**SUBIECTUL II**

O lucrare poate fi efectuată, separat, de patru muncitori astfel: de primul muncitor în  $2a$  ore, de al doilea muncitor în  $2b$  ore, iar al treilea și al patrulea efectuează aceeași lucrare, fiecare în  $a + b$  ore ( $a, b \in \mathbb{R}, a > \frac{1}{2}, b > \frac{1}{2}, a \neq b$ ). Se formează două echipe în care muncitorii lucrează împreună: în prima intră primul și cel de al doilea muncitor iar în a doua intră al treilea și al patrulea. Cercetați care dintre cele două echipe termină lucrarea mai întâi. Justificați.

**SUBIECTUL III**

Punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele laturilor  $[AB]$ , respectiv,  $[CD]$ , ale patrulaterului  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$  iar  $O$  este punctul de intersecție al diagonalelor sale. Punctele  $E$  și  $F$  sunt simetricele punctului  $O$  față de  $M$ , respectiv  $N$ , iar  $AC \cap DE = \{P\}$ ,  $BD \cap CE = \{Q\}$ ,  $AC \cap BF = \{R\}$  și  $BD \cap AF = \{S\}$ .

a) Presupunând că  $AB = CD$ , demonstrați că:

i) patrulaterul  $PQRS$  este paralelogram;

ii)  $P_{PQRS} \leq \frac{P_{ABCD}}{2}$  și  $A_{PQRS} \leq \frac{A_{ABCD}}{4}$  (am notat cu  $P_F$  și  $A_F$  perimetrul, respectiv, aria figurii  $F$ ).

b) Presupunând că  $CD < AB$ , demonstrați i) și ii).

**Notă:** Timp de lucru - 2 ore.

Fiecare subiect se notează cu punctaje cuprinse între 2 și 15.