

Testare pentru admitere la Centrul de pregătire LIIS STEM JUNIOR
12.10.2022

BAREM DE NOTARE

- Se acordă din oficiu 30 de puncte.

Subiectul I

Determină valoarea numărului N din următoarea relație:

$$2023 - \{2022 - [2021 - (2020 - N)] \times 2021\} \times 2022 = 1.$$

Barem de notare - Subiectul I

30 de puncte

$$\{2022 - [2021 - (2020 - N)] \times 2021\} \times 2022 = 2023 - 1$$

$$\{2022 - [2021 - (2020 - N)] \times 2021\} \times 2022 = 2022 \dots\dots\dots 5 \text{ puncte}$$

$$2022 - [2021 - (2020 - N)] \times 2021 = 2022 : 2022$$

$$2022 - [2021 - (2020 - N)] \times 2021 = 1 \dots\dots\dots 5 \text{ puncte}$$

$$[2021 - (2020 - N)] \times 2021 = 2022 - 1$$

$$[2021 - (2020 - N)] \times 2021 = 2021 \dots\dots\dots 5 \text{ puncte}$$

$$2021 - (2020 - N) = 2021 : 2021$$

$$2021 - (2020 - N) = 1 \dots\dots\dots 5 \text{ puncte}$$

$$2020 - N = 2021 - 1$$

$$2020 - N = 2020 \dots\dots\dots 5 \text{ puncte}$$

$$N = 2020 - 2020$$

$$N = 0 \dots\dots\dots 5 \text{ puncte}$$

Subiectul II

Se consideră următorul șir de numere naturale:

$$1, 121, 12321, 1234321, \dots, 12345678910987654321, \dots$$

a) Câte cifre are al 15-lea număr din șir?

b) Care este suma cifrelor celui de-al 50-lea număr din șir?

Barem de notare - Subiectul II

30 de puncte

a) Al 15-lea număr din șir este:

$$1234567891011121314151413121110987654321 \dots\dots\dots 5 \text{ puncte}$$

Numărul căutat are 2×9 cifre de la repetarea cifrelor de la 1 la 9 de două ori, $2 \times 2 \times 5$ de la repetarea de două ori a celor cinci numere de două cifre de la 10 la 14 și încă 2 cifre de la numărul 15, adică: $2 \times 9 + 2 \times 2 \times 5 + 2 = 18 + 20 + 2 = 40$ de cifre $\dots\dots\dots 5 \text{ puncte}$

b) Al 50-lea număr din șir este:

1234567891011...4849504948...1110987654321 **2 puncte**

Cifrele de la 1 la 9 apar la începutul și sfârșitul numărului, prin urmare, suma acestora este:

$$2 \times (1 + 2 + \dots + 9) = 2 \times 45 = 90 \dots\dots\dots \mathbf{3 \text{ puncte}}$$

Cele zece numere de la 10 la 19 apar și ele de două ori, iar suma cifrelor lor va fi egală cu:

$$2 \times (\underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{\text{de 10 ori}} + 1 + 2 + \dots + 9) = 2 \times (10 + 45) = 2 \times 55 = 110 \dots\dots\dots \mathbf{3 \text{ puncte}}$$

În mod analog, pentru numerele de la 20 la 29 avem:

$$2 \times (\underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{\text{de 10 ori}} + 1 + 2 + \dots + 9) = 2 \times (20 + 45) = 2 \times 65 = 130 \dots\dots\dots \mathbf{3 \text{ puncte}}$$

Pentru numerele de la 30 la 39 avem:

$$2 \times (\underbrace{3 + 3 + \dots + 3}_{\text{de 10 ori}} + 1 + 2 + \dots + 9) = 2 \times (30 + 45) = 2 \times 75 = 150 \dots\dots\dots \mathbf{3 \text{ puncte}}$$

Pentru numerele de la 40 la 49 avem:

$$2 \times (\underbrace{4 + 4 + \dots + 4}_{\text{de 10 ori}} + 1 + 2 + \dots + 9) = 2 \times (40 + 45) = 2 \times 85 = 170 \dots\dots\dots \mathbf{3 \text{ puncte}}$$

Prin urmare, suma cifrelor celui de-al 50-lea număr din șir este suma tuturor rezultatelor obținute anterior la care adăugăm 5, care provine din suma cifrelor numărului 50:

$$90 + 110 + 130 + 150 + 170 + 5 = 655 \dots\dots\dots \mathbf{3 \text{ puncte}}$$

Subiectul III



Bogdan își construiește o casă, iar echipa sa de 15 muncitori îi spune că pot termina în 45 de zile. Însă după doar 5 zile de la începutul lucrărilor, cinci dintre muncitori pleacă. În cât timp va termina restul echipei lucrarea?

Barem de notare - Subiectul III

30 de puncte

Deoarece cei 15 muncitori ar termina lucrarea în 45 de zile, atunci după doar cinci zile ei au reușit să realizeze a noua parte din întreaga lucrare ($45 : 5 = 9$). **6 puncte**

Prin urmare, cei 10 muncitori rămași trebuie să finalizeze celelalte 8 părți rămase (opt noimi din întreaga lucrare). **6 puncte**

Însă dacă 15 muncitori termină a noua parte din lucrare în cinci zile, atunci ei ar termina celelalte opt părți în 40 de zile. **6 puncte**

Dacă 15 muncitori termină opt părți din lucrare în 40 de zile, atunci 5 muncitori ar termina cele opt părți în $40 \times (15 : 5) = 40 \times 3 = 120$ de zile. **6 puncte**

Dacă 5 muncitori termină opt părți din lucrare în 120 de zile, atunci cei 10 muncitori vor termina cele opt părți rămase din lucrare în $120 : (10 : 5) = 120 : 2 = 60$ de zile. **6 puncte**

Subiectul IV

Dacă N este un număr natural, atunci un algoritm poate efectua oricare dintre următoarele operații:



- împarte numărul N la 2, dacă acesta se împarte exact
- sau
- înmulțește numărul N cu 2, dacă este mai mare decât 100
- sau
- adună 2 numărului N .

Algoritmul primește indicația $N = 1$. Găsește un set de instrucțiuni astfel încât algoritmul să obțină numărul 100. Menționează câte operații a efectuat algoritmul urmărind setul tău de instrucțiuni pentru a genera numărul 100.

Barem de notare - Subiectul IV

30 de puncte

Deoarece numărul $N = 1$ este impar și mai mic decât 100, atunci unica operație pe care algoritmul o poate efectua este să adune numărul cu 2, adică să obțină 3. **5 puncte**

Însă numărul 3 este tot impar și mai mic decât 100, prin urmare tot aceeași operație o putem efectua. În același timp, dacă adăugăm 2 unui număr natural, atunci acesta nu își schimbă paritatea. Prin urmare, singurele operații pe care le putem efectua sunt doar să adăugăm 2 până când depășim 100. Mai exact, avem $1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+2} 5 \xrightarrow{+2} \dots \xrightarrow{+2} 99 \xrightarrow{+2} 101$, adică am efectuat $(101 - 1) : 2 = 50$ de operații. **5 puncte**

În cele ce urmează, vom prezenta o posibilitate de a ajunge la numărul 100. Orice altă posibilitate va fi analizată și notată corespunzător.

Deoarece am ajuns la numărul 101, cum $100 < 101$, atunci putem acum efectua $101 \xrightarrow{\times 2} 202$ și obținem, până acum, $50 + 1 = 51$ de operații. **2 puncte**

Vom efectua acum următoarele operații: $202 \xrightarrow{+2} 204 \xrightarrow{+2} 206 \xrightarrow{+2} 208$. Astfel, vom avea $51 + 3 = 54$ de operații efectuate. **3 puncte**

Pasul următor este: $208 \xrightarrow{:2} 104 \xrightarrow{:2} 52$, deoarece numerele 104 și 208 sunt pare, prin urmare, se împart exact la 2. Numărul de operații efectuate devine $54 + 2 = 56$ **8 puncte**

Deoarece 52 este un număr par, putem de acum doar să adunăm 2 pentru a ajunge la 100. Cu alte cuvinte, avem $52 \xrightarrow{+2} 54 \xrightarrow{+2} 56 \xrightarrow{+2} \dots \xrightarrow{+2} 98 \xrightarrow{+2} 100$. Numărul de operații efectuate va crește cu $(100 - 52) : 2 = 48 : 2 = 24$. Am ajuns astfel la numărul 100 prin $56 + 24 = 80$ de operații. **7 puncte**