



Test de antrenament - Nr. 5 - Matematică

Barem de notare

(15p) 1. a) Fie numerele:

$$a = 222 \cdot 243 - 126 \cdot 222 - 117 \cdot 199 - 23 \cdot 17 \quad \text{și} \quad b = 1 + 2 + 3 + \dots + 10.$$

Arată că $a = 40 \cdot b + 100$.

Rezolvare:

$$a = 222 \cdot (243 - 126) - 117 \cdot 199 - 23 \cdot 17 \dots\dots\dots 2p$$

$$a = 222 \cdot 117 - 117 \cdot 199 - 23 \cdot 17 \dots\dots\dots 2p$$

$$a = 117 \cdot (222 - 199) - 23 \cdot 17 \dots\dots\dots 2p$$

$$a = 2300 \dots\dots\dots 2p$$

$$b = 10 \cdot 11 : 2 = 55 \dots\dots\dots 3p$$

$$40b + 100 = 2200 + 100 = 2300 = a \dots\dots\dots 4p$$

(15p) b) Află numărul \overline{abc} , știind că cifra unităților este suma dintre cifra zecilor și cea a sutelor, cifra zecilor este dublul cifrei sutelor și

$$\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = 132.$$

Rezolvare:

$$11a + 11b + 11c = 132 \Rightarrow a + b + c = 12 \dots\dots\dots 6p$$

$$\text{Obținem } c = 6 \dots\dots\dots 4p$$

$$\text{Deci } a + b = 6, \text{ de unde } a = 2, b = 4 \dots\dots\dots 4p$$

$$\text{Atunci } \overline{abc} = 246 \dots\dots\dots 1p$$

(20p) 2. Un caiet este cu 5 lei mai scump decât un pix, iar un copil a cumpărat 3 caiete și 5 pixuri pe care a plătit 95 lei. Câte stilouri poate cumpăra cu banii de pe 6 caiete și 3 pixuri, știind că stiloul are un preț de trei ori mai mare decât pixul?

Rezolvare:

$$\text{Fie } c \text{ prețul caietului, } p \text{ prețul pixului și } s \text{ prețul stiloului.} \dots\dots\dots 2p$$

$$3c + 5p = 95 \text{ și } c = p + 5. \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Atunci } 3(p + 5) + 5p = 95, \text{ deci } p = 10, c = 15 \dots\dots\dots 8p$$

$$6c + 3p = 90 + 30 = 120 \text{ lei} \dots\dots\dots 3p$$

$$s = 3p = 30 \text{ lei} \dots\dots\dots 3p$$

$$\text{Poate cumpăra } 120 : 30 = 4 \text{ stilouri} \dots\dots\dots 2p$$

3. Pe o tablă de la *LIIS* erau scrise toate numerele naturale cuprinse între 1 și 991. Fiecare dintre cei 30 de elevi ai clasei a V-a A, merge la tablă șterge 4 numere la întâmplare și scrie în locul lor numărul egal cu suma numerelor șterse micșorată cu 10.

(15p) a) De câte ori trebuie să meargă la tablă fiecare copil astfel încât pe tablă să rămână un singur număr?

(10p) b) Care este ultimul număr de pe tablă?

Rezolvare:

a)

La fiecare modificare de pe tablă se șterg 4 numere și se scrie unul singur în loc. Așadar numerele de pe tablă sunt cu 3 mai puține. 4p

Pentru a rămâne un singur număr se trebuie să ștergem 990 numere. 4p

$990:30=33$ numere șterse de către fiecare copil 4p

$33:3=11$ ieșiri la tablă 3p

b) La fiecare modificare de pe tablă suma tuturor numerelor de pe tablă scade cu 10. 3p

Suma tuturor numerelor de pe tablă este $1 + 2 + 3 + \dots + 991 = 991 \cdot 992 : 2 = 491536$ 4p

Având în vedere că sunt 330 de modificări, umărul rămas pe tablă $491536 - 330 \cdot 10 = 488236$ 3p

(20p) 4. Pentru a se pregăti de admiterea la *LIIS* în clasa a V-a, Anastasia, Nicholas, Iustina și Răzvan rezolvă probleme la matematică timp de 7 săptămâni. Datele cunoscute sunt prezentate în tabelul de mai jos.

Săptămâna	Anastasia	Nicholas	Iustina	Răzvan
1	50	40	<i>a</i>	35
2	80	<i>b</i>	50	38
3	45	55	42	<i>c</i>
4	<i>x</i>	<i>d</i>	49	<i>e</i>
5	60	48	<i>f</i>	42
6	80	58	44	<i>g</i>
7	21	35	30	<i>h</i>

Află valorile necunoscute din tabel știind că:

- Anastasia a rezolvat în total 420 de probleme;
- Nicholas a rezolvat în total cu 70 de probleme mai puțin decât Anastasia;
- Iustina a rezolvat în total 315 probleme;
- Răzvan a rezolvat în total 335 probleme;
- În săptămâna a 4-a, cei patru elevi au rezolvat împreună 240 de probleme;
- În săptămâna a 2-a, Nicholas a rezolvat cu 12 probleme mai mult decât Iustina;
- În săptămâna a 5-a, Iustina a rezolvat cu 13 probleme mai mult decât în săptămâna a 3-a;
- În săptămâna a 7-a, Anastasia și Răzvan au rezolvat împreună 95 de probleme;
- În săptămâna a 6-a, Răzvan a rezolvat cu o problemă mai puțin decât în săptămâna a 3-a.

Rezolvare:

$$50 + 80 + 45 + x + 60 + 80 + 21 = 420 \Rightarrow 336 + x = 420 \Rightarrow x = 84 \dots\dots\dots 4p$$

$$420 - 70 = 350, 40 + b + 55 + d + 48 + 58 + 35 = 350 \Rightarrow b + d = 114, b = 50 + 12 = 62 \Rightarrow d = 52. 4p$$

$$\text{Iustina: } a + 50 + 42 + 49 + f + 44 + 30 = 315 \Rightarrow a + f = 100, f = 42 + 13 = 55 \Rightarrow a = 45. \dots\dots\dots 4p$$

$$84 + 52 + 49 + e = 240 \Rightarrow e = 55, 21 + h = 95 \Rightarrow h = 74, g = c - 1. \dots\dots\dots 4p$$

$$35 + 38 + c + 55 + 42 + (c - 1) + 74 = 335 \Rightarrow 243 + 2c = 335 \Rightarrow c = 46 \Rightarrow g = 45. \dots\dots\dots 4p$$

Săptămâna	Anastasia	Nicholas	Iustina	Răzvan
1	50	40	45	35
2	80	62	50	38
3	45	55	42	46
4	84	52	49	55
5	60	48	55	42
6	80	58	44	45
7	21	35	30	74

5. La un concurs se pun 25 de întrebări, iar din oficiu se acordă 25p. Pentru un răspuns corect se acordă 5 puncte, pentru un răspuns necomplet nici nu se acordă nici nu se scad puncte, iar pentru un răspuns greșit se scad 2 puncte.

(10p) a) Este posibil ca un elev să primească 138 puncte? Justifică.

(15p) b) Câte răspunsuri bune, câte răspunsuri greșite și la câte întrebări nu a răspuns un copil care a luat 0p? Câte variante de rezolvare are problema?

Rezolvare:

a) Punctaj maxim = $25 + 25 \cdot 5 = 150p \dots\dots\dots 4p$

La un răspuns greșit pierde $5 + 2 = 7p$, iar la unul necompletat $5p \dots\dots\dots 4p$

Un elev poate obține 138 de puncte dacă, de exemplu, rezolvă corect 23 întrebări, greșeste un răspuns și nu răspunde la o întrebare. $\dots\dots\dots 2p$

b)

Fie x numărul de răspunsuri corecte și y numărul de răspunsuri greșite. Atunci $25 - x - y$ este numărul de întrebări la care nu s-a răspuns. $\dots\dots\dots 2p$

Atunci punctajul este calculat astfel: $25 + 5x - 2y + 0 \cdot (25 - x - y) = 25 + 5x - 2y. \dots\dots\dots 3p$

Obținem $25 + 5x - 2y = 0 \Rightarrow 2y = 25 + 5x. \dots\dots\dots 3p$

Se deduce ușor că y se împarte la 5. Cum $5x + 25 \geq 25$ și $x + y \leq 25$ obținem $y = 15$ sau $y = 20. \dots\dots\dots 3p$

Prin urmare sunt două soluții:

- 1 răspuns corect, 15 greșite și 9 necompletate
- 3 răspuns corect, 20 greșite și 2 necompletate $\dots\dots\dots 4p$