



Test de antrenament - Nr. 3 - Matematică

Barem de notare

(15p) 1. a) Calculați:

$$\{[(2 \times 3 + 4 : 2) \times 3] \times 6 : 9 - 8\} \times 6 + 2.$$

Rezolvare:

$$\begin{aligned} & \{[(2 \times 3 + 4 : 2) \times 3] \times 6 : 9 - 8\} \times 6 + 2 = \\ & = \{[(6 + 2) \times 3] \times 6 : 9 - 8\} \times 6 + 2 \dots\dots\dots 2p \\ & = \{[8 \times 3] \times 6 : 9 - 8\} \times 6 + 2 \dots\dots\dots 2p \\ & = \{24 \times 6 : 9 - 8\} \times 6 + 2 \dots\dots\dots 2p \\ & = \{144 : 9 - 8\} \times 6 + 2 \dots\dots\dots 2p \\ & = \{16 - 8\} \times 6 + 2 \dots\dots\dots 2p \\ & = 8 \times 6 + 2 \dots\dots\dots 2p \\ & = 48 + 2 \dots\dots\dots 2p \\ & = 50 \dots\dots\dots 1p \end{aligned}$$

(15p) b) Aflați numărul natural x știind că $\{[(144 : 9 - 8) \times 6 + 2] : x + 5\} : 3 + 2021 = 2026$.

Rezolvare:

$$\begin{aligned} & \{[(144 : 9 - 8) \times 6 + 2] : x + 5\} : 3 + 2021 = 2026 \Rightarrow \\ & \Rightarrow \{[(16 - 8) \times 6 + 2] : x + 5\} : 3 = 2026 - 2021 \dots\dots\dots 2p \\ & \Rightarrow \{[8 \times 6 + 2] : x + 5\} : 3 = 5 \dots\dots\dots 2p \\ & \Rightarrow [48 + 2] : x + 5 = 5 \times 3 \dots\dots\dots 2p \\ & \Rightarrow 50 : x + 5 = 15 \dots\dots\dots 2p \\ & \Rightarrow 50 : x = 15 - 5 \dots\dots\dots 2p \\ & \Rightarrow 50 : x = 10 \dots\dots\dots 2p \\ & \Rightarrow x = 50 : 10 \dots\dots\dots 2p \\ & \Rightarrow x = 5 \dots\dots\dots 1p \end{aligned}$$

(20p) 2. Doi frați au diferența dintre vârstele lor egală cu 6 ani. Știind că momentan ei au suma vârstelor egală cu 32 de ani, peste câți ani vârsta fratelui mic va fi $\frac{3}{4}$ din vârsta fratelui mai mare?

Rezolvare:

Fie a și b vârstele celor doi frați cu $a - b = 6$ și $a + b = 32$. Problema poate fi rezolvată prin rezolvarea sistemului algebric sau prin metoda figurativă. Vom prezenta doar metoda algebrică, în care vom înlocui valoarea lui a din prima relație în cea de-a doua relație. 3p

Mai exact, din $a - b = 6 \Rightarrow a = b + 6$, de unde obținem $a + b = (b + 6) + b = 2 \times b + 6$ 3p

$$a + b = 32$$

$$2 \times b + 6 = 32$$

$$2 \times b = 32 - 6$$

$$2 \times b = 26$$

$$b = 26 : 2$$

$$b = 13 \dots\dots\dots 3p$$

$$\text{Atunci } a = b + 6 \Rightarrow a = 13 + 6 \Rightarrow a = 19. \dots\dots\dots 3p$$

Prin urmare, vârstele celor doi frați sunt 13 și 19 ani.

$$\text{Peste } n \text{ ani, aceștia vor avea } 13 + n = \frac{3}{4} \cdot (19 + n) \dots\dots\dots 3p$$

$$4 \cdot 13 + 4 \cdot n = 30 \cdot 19 + 3 \cdot n \Rightarrow 4n - 3n = 57 - 52 \dots\dots\dots 3p$$

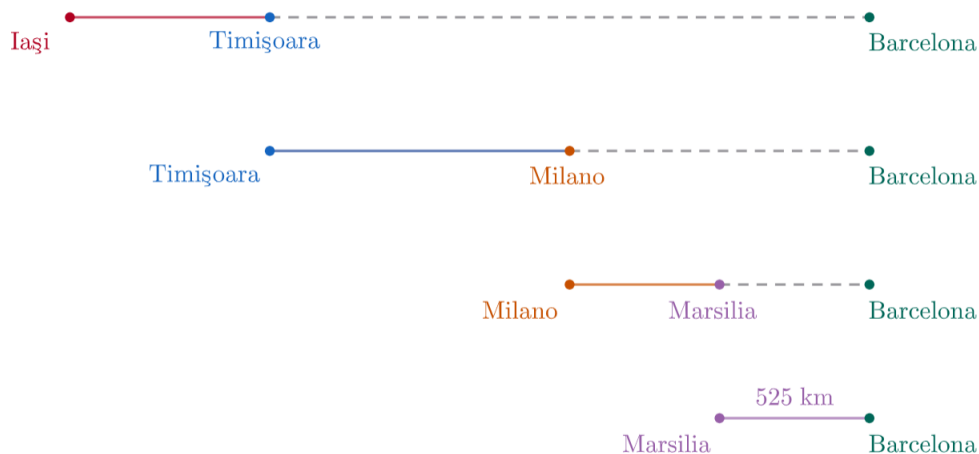
$$\text{În concluzie, } n \text{ este egal cu 5 ani.} \dots\dots\dots 2p$$

(25p) 3. Andrei pleacă, într-o zi de luni, din Iași către Barcelona cu mașina personală. Luni seara Andrei ajunge la Timișoara, adică a reușit să parcurgă un sfert din traseu. Marți dimineață pleacă din Timișoara și ajunge, seara, în Milano, care se află la jumătatea distanței rămase după prima zi de călătorie. Pentru că a condus foarte mult luni și marți, Andrei se bucură de orașul Milano și pleacă către Barcelona mult mai târziu decât și-ar fi dorit în ziua de miercuri. Astfel, miercuri seara ajunge de-abia la Marsilia și parcurge, în acea zi, o distanță care reprezintă doar o jumătate din cât i-a rămas de la Milano până la Barcelona. În ziua de joi, Andrei ajunge la Barcelona, parcurgând ultimii 525 de km aflați între Marsilia și Barcelona. Folosind datele din enunț, care este distanța dintre Timișoara și Marsilia?



Rezolvare:

În figura următoare, avem reprezentat drumul lui Andrei, conform enunțului.



$$\text{Realizarea unui desen.} \dots\dots\dots 10p$$

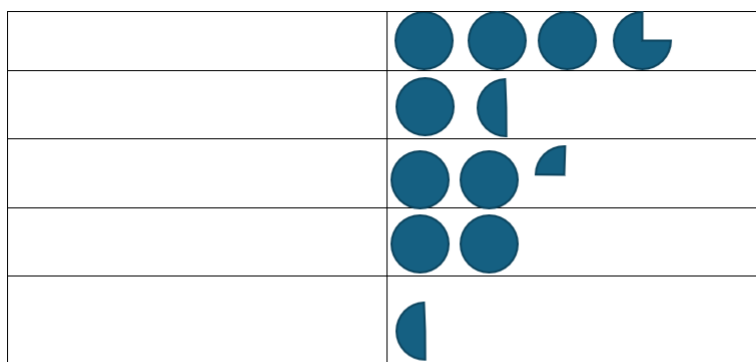
Deoarece Marsilia se află la jumătatea distanței dintre Milano și Barcelona, iar distanța de la Marsilia la Barcelona este de 525 de kilometri, atunci distanța de la Milano la Marsilia este de tot 525 de kilometri, iar distanța de la Milano la Barcelona este de $525 \times 2 = 1\ 050$ de km. 5p

Cum Milano se află la jumătatea distanței dintre Timișoara și Barcelona, iar distanța de la Milano la Barcelona este de 1 050 de kilometri, atunci distanța de la Timișoara la Milano este tot de 1 050 de kilometri. 5p

Prin urmare, distanța de la Timișoara la Marsilia poate fi calculată ca suma dintre distanța de la Timișoara la Milano și distanța de la Milano la Marsilia, adică $1\ 050 + 525 = 1\ 575$ de km. 5p

(20p) 4. Diagrama alăturată indică modurile prin care se deplasează elevii de la LIIS la școală.

- Cel mai popular mijloc de transport este mersul pe jos.
- O cincime dintre elevi se deplasează cu bicicleta.
- Mai puțin de o zecime dintre elevi se deplasează cu mașina.
- Numărul elevilor care se deplasează cu autobuzul este de trei ori mai mare decât cel celor care se deplasează cu mașina.
- Nouă elevi se deplasează cu trotineta electrică.



Legendă:  =

Completați legenda și coloana din stânga pe baza indiciilor.

Rezolvare:

Analizăm mai întâi diagrama. Observăm că cea mai mică parte dintr-un întreg utilizată în tabel este sfertul. Putem nota un sfert dintr-o bulină cu N . Atunci cum o jumătate conține două sferturi, ea va fi reprezentată de $2N$, iar un întreg de $4N$, deoarece un întreg conține patru sferturi. 2p

Pe primul rând avem trei întregi și trei sferturi, adică $4N + 4N + 4N + 3N = 15N$ 1p

Pe al doilea rând avem un întreg și o jumătate, adică $4N + 2N = 6N$ 1p

Pe al treilea rând avem doi întregi și un sfert, adică $4N + 4N + N = 9N$ 1p

Pe al patrulea rând avem doi întregi, adică $4N + 4N = 8N$ 1p

Pe ultimul rând avem o jumătate, adică $2N$ 1p

Cu alte cuvinte, avem $15N$, $6N$, $9N$, $8N$ și $2N$.

În total, vor fi $15N + 6N + 9N + 8N + 2N = 40N$ 1p


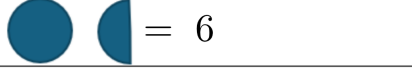

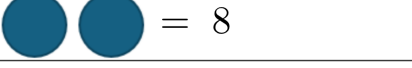

Din prima bulină din enunț, obținem că primul rând din tabel corespunde mersului pe jos, adică $15N$ **1p**

Din a doua bulină, obținem că o cincime de elevi reprezintă $40N : 5 = 8N$, adică al patrulea rând corespunde elevilor care merg cu bicicleta. **1p**

Din a treia bulină, obținem că mai puțin de $40N : 10 = 4N$ se deplasează cu mașina. Cum ne-au rămas doar $6N$, $9N$ și $2N$ de distribuit, obținem că ultimul rând, $2N$, corespunde deplasărilor cu mașina. **1p**

Din a patra bulină, obținem că $2N \times 3 = 6N$, adică al doilea rând, corespunde celor care merg cu autobuzul. **1p**

Ne-a rămas astfel doar $9N$ de distribuit, adică al treilea rând. Prin urmare, al treilea rând corespunde celor care merg cu trotineta electrică, de unde obținem că $9N$ este 9, adică N reprezintă 1 ($N = 1$). **2p**

Mers pe jos	 = 15
Autobuzul	 = 6
Trotineta electrică	 = 9
Bicicleta	 = 8
Mașina	 = 2

Legendă:	 = 4
----------	---

Deoarece $N = 1$, atunci valorile din tabel sunt 15, 6, 9, 8, respectiv 2, cu legenda 4. **6p**

5. Fie șirul de numere naturale $1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, \dots, \underbrace{11, 11, 11, 11, \dots, 11}_{\text{de 33 de ori}}$

(10p) a) Câte cifre sunt folosite în scrierea acestui șir?

Rezolvare:

Observăm că fiecare număr N este scris de $3 \times N$ ori. **2p**

Mai întâi, pentru cazurile în care N este cifră, avem 9 cazuri posibile (N poate fi 1, 2, 3, șamd până la 9), iar scrierea lor de mai multe ori, folosind observația anterioară, vor genera:

$$3 \times 1 + 3 \times 2 + 3 \times 3 + \dots + 3 \times 9 = \dots \quad \mathbf{2p}$$

$$= 3 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 9)$$

$$= 3 \times 45 = 135 \text{ de cifre.} \dots \quad \mathbf{2p}$$

Numărul 10 are două cifre, iar cum acesta este trecut de 30 de ori, vom folosi suplimentar încă $30 \times 2 = 60$ de cifre. **2p**

Numărul 11 are două cifre, iar cum acesta este trecut de 33 de ori, vom folosi suplimentar încă $33 \times 2 = 66$ de cifre. **2p**

În concluzie, am folosit $135 + 60 + 66 = 195 + 66 = 261$ de cifre pentru scrierea termenilor din enunț.2p

(15p) b) Care este cifra de pe locul 150?

Rezolvare:

Folosind calculele de la subpunctul anterior, am observat că primele 135 de cifre sunt folosite pentru a scrie termenii de forma N din șir, unde N poate fi doar o cifră nenulă. 3p

Pentru scrierea numerelor 10 am folosit încă 60 de cifre și am ajuns la un total de 195 de cifre utilizate. 3p

Obținem astfel că a 150-a cifră este 1 sau 0, deoarece se regăsește în scrierea celor 30 de 10. ...3p

A 136-a cifră este 1, a 137-a cifră este 0, apoi a 138-a cifră este 1, și așa mai departe, până la a 150-a cifră care este 1 (pozițiile pare sunt 1, iar cele impare 0). 4p

Mult succes!