

**I. La problemele 1 – 6 scrieți pe foaia de concurs, în tabel, doar rezultatele obținute.**

7p 1. Andrei are mere și pere. Jumătate din numărul merelor și un sfert din cel al perelor reprezintă 14 fructe. O cincime din numărul merelor și jumătate din cel al perelor reprezintă 12 fructe. Câte fructe are Andrei ?

7p 2. Patru numere naturale a, b, c, d formează un "grup nostrim" dacă $a < b < c < d$, $2 \cdot b = a + c$ și $2 \cdot c = b + d$.

(De exemplu numerele naturale 3, 6, 9, 12 formează un "grup nostrim", deoarece $3 < 6 < 9 < 12$, $2 \cdot 6 = 3 + 9$ și $2 \cdot 9 = 6 + 12$). Completează tabelul alăturat fără să modifici numerele trecute în tabel, astfel încât numerele de pe fiecare linie și de pe fiecare coloană să formeze un grup nostrim.

| | | | |
|---|--|----|----|
| 4 | | 12 | |
| 7 | | | |
| | | | 40 |
| | | | |

7p 3. În Japonia, un tren lung de 100 de metri trece printr-un tunel lung de 100 de metri cu viteza 100 m/s După cât timp de la intrare ieșe trenul, în totalitate, din tunel ?

7p 4. Suma vîrstelor a patru copii născuți din doi în doi ani este egală cu jumătate din vîrsta tatălui lor. Un sfert din suma vîrstelor copiilor, împreună cu jumătate din vîrsta tatălui nu depășește 24 ani. Aflați vîrsta tatălui și vîrstele copiilor, știind că acestea sunt numere naturale diferite de zero.

5.

7p *Foaie verde de arțari –
Câte ciori sunt și câți pari ?
Dacă ele stând răzlețe
Ca s-avem un par și-o cioară,
Una din "cinstite fețe"*

*S-ar roti pe dinafără ...
Însă dacă ele-ar vrea
Câte două-n par să stea,
Alt neajuns apare iar:
Rămâne liber un par !*

7p 6. Făt-Frumos a găsit cheile de la porțile castelului în care era închisă prințesa lui. El a calculat că ar avea nevoie de cel mult 36 de încercări pentru a deschide toate porțile. Câte porți avea castelul ?

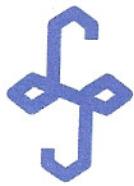
II. Pentru problemele 7 – 9 scrieți pe foaia de concurs rezolvările complete.

16p 7. Un boier bogat a lăsat prin testament celor trei feciori ai săi 21 de cufere identice, de aceeași capacitate (încap în ele același număr de galbeni), dintre care 7 erau pline cu galbeni, 7 erau pe jumătate, iar 7 erau goale. Ajutați-i pe cei trei feciori să împartă avereala (cuferele și galbenii) în mod egal, fără să deschidă cuferele (cuferele pot fi diferențiate prin greutatea lor, iar galbenii sunt de același fel).

16p 8. Într-un coș se află nuci. Carla ia o treime din numărul nucilor și încă 8 nuci, Miruna ia o treime din rest și încă 8, Teo ia o treime din nouă rest și încă 8, astfel încât lui Ștefan nu-i mai rămâne nicio nuca, coșul fiind gol. Câte nuci au fost la început în coș și câte a luat fiecare ?

16p 9. Pentru umplerea unui bazin pot fi folosite 3 robinete cu același debit. Primul robinet umple o treime din bazin în 18 minute, după care se dă drumul și la al doilea robinet, iar după 9 minute se dă drumul și la al treilea, până se umple bazinul. În cât timp se umple bazinul ?

Notă. Timp de lucru 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.



REZOLVĂRI

1. Andrei are mere și pere. Jumătate din numărul merelor și un sfert din cel al perelor reprezintă 14 fructe. O cincime din numărul merelor și jumătate din cel al perelor reprezintă 12 fructe. Câte fructe are Andrei ?

R: Fie m , p numărul merelor, respectiv al perelor. Atunci:

$$m : 2 + p : 4 = 14 \mid \cdot 4 \Rightarrow 2 \cdot m + p = 56$$

$$m : 5 + p : 2 = 12 \mid \cdot 10 \Rightarrow 2 \cdot m + 5 \cdot p = 120.$$

Scădem relațiile membru cu membru și obținem:

$$4 \cdot p = 64 \Rightarrow p = 16$$

$$2 \cdot m = 40 \Rightarrow m = 20$$

$$m + p = 36$$

..... 7 puncte

2. Patru numere naturale a, b, c, d formează un "grup nostrim" dacă $a < b < c < d$, $2 \cdot b = a + c$ și $2 \cdot c = b + d$. (De exemplu, numerele naturale 3, 6, 9, 12 formează un "grup nostrim", deoarece $3 < 6 < 9 < 12$, $2 \cdot 6 = 3 + 9$ și $2 \cdot 9 = 6 + 12$). Completează tabelul alăturat fără să modifici numerele trecute în tabel, astfel încât numerele de pe fiecare linie și de pe fiecare coloană să formeze un grup nostrim.

Prelucrare Concurs Ion Barbu – Dan Barbilian

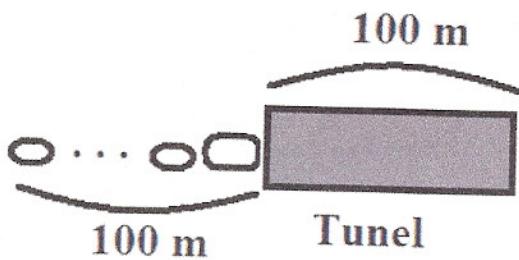
| | | | |
|---|--|----|----|
| 4 | | 12 | |
| 7 | | | |
| | | | 40 |
| | | | |

| | | | |
|----|----|----|----|
| 4 | 8 | 12 | 16 |
| 7 | 14 | 21 | 28 |
| 10 | 20 | 30 | 40 |
| 13 | 26 | 39 | 52 |

..... 7 puncte

3. În Japonia, un tren lung de 100 metri trece printr-un tunel lung de 100 de metri cu viteza 100 m/s. După cât timp de la intrare ieșe trenul, în totalitate, din tunel ?

R:



Locomotiva parcurge tunelul, 100 m într-o secundă.
Ultimul vagon trebuie să parcurgă 100 m + 100 m =
= 200 m, în 2 secunde.

..... 7 puncte

4. Suma vîrstelor a patru copii născuți din doi în doi ani este egală cu jumătate din vîrsta tatălui lor. Un sfert din suma vîrstelor copiilor, împreună cu jumătate din vîrsta tatălui nu depășește 24 ani. Aflați vîrsta tatălui și vîrstele copiilor, știind că acestea sunt numere naturale diferite de zero.

R: $c_1 + c_1 + 2 + c_1 + 4 + c_1 + 6 = t : 2 \Rightarrow 2 \cdot (4 \cdot c_1 + 12) = t$

$$(4 \cdot c_1 + 12) : 4 + t : 2 \leq 24 \Rightarrow (c_1 + 3) + (4 \cdot c_1 + 12) \leq 24 \Rightarrow 5 \cdot c_1 + 15 \leq 24 \Rightarrow 5 \cdot c_1 \leq 9, c_1 \in \mathbb{N},$$

$$c_1 \neq 0 \Rightarrow c_1 = 1.$$

Avem:

$$c_1 = 1, c_2 = 3, c_3 = 5, c_4 = 7 \text{ și } t = 16 \cdot 2 = 32.$$

.....7 puncte

5.

*Foaie verde de arțari –
Câte ciori sunt și câți pari ?
Dacă ele stănd răzlete
Ca s-avem un par și-o cioară,
Una din "cinstite fețe"*

*S-ar roti pe dinafără ...
Însă dacă ele-ar vrea
Câte două-n par să stea,
Alt neajuns apare iar:
Rămâne liber un par !*

Gazeta Matematică 1912

R: $p = c - 1, c : 2 = p - 1 \Rightarrow 3 \text{ pari, 4 ciori}$

.....7 puncte

6. Făt-Frumos a găsit cheile de la porțile castelului în care era închisă prințesa lui. El a calculat că ar avea nevoie de cel mult 36 de încercări pentru a deschide toate porțile. Câte porți avea castelul ?

R: Fie n numărul de porți (chei). Situația cea mai nefavorabilă este cea în care la o poartă încercăm toate cheile pe care le are la dispoziție. Vom avea:

$$n + (n - 1) + \dots + 3 + 2 + 1 = 36 \Rightarrow n \cdot (n + 1) : 2 = 36 \Rightarrow n \cdot (n + 1) = 72 \Rightarrow n = 8.$$

.....7 puncte

7. Un boier bogat a lăsat prin testament celor trei feciori ai săi 21 de cufere identice, de aceeași capacitate (încap în ele același număr de galbeni), dintre care 7 erau pline cu galbeni, 7 erau pe jumătate, iar 7 erau goale. Ajutați-i pe cei trei feciori să împărtă averea (cuferele și galbenii) în mod egal, fără să deschidă cuferele (cuferele pot fi diferențiate prin greutatea lor, iar galbenii sunt de același fel).

R: Observăm că suma totală de galbeni care trebuie împărțită este $7 \cdot 2 + 7 + 0 = 21$ jumătăți de cufăr. Împărțind la 3 rezultă că fiecare fecior ar trebui să primească o sumă de galbeni care încape în 7 jumătăți de cufăr

.....6 puncte

De asemenea trebuie să împărțim 21 de cufere, deci fiecare trebuie să primească câte 7 cufere.

.....5 puncte

Notând P – cufăr plin cu galbeni, J – cufăr plin pe jumătate cu galbeni, G – cufăr gol, o posibilă împărțire ar putea fi de exemplu:

- | | |
|------|---------------------|
| I. | P, P, P, J, G, G, G |
| II. | P, P, P, J, G, G, G |
| III. | P, J, J, J, J, J, G |

.....5 puncte



LICEUL DE INFORMATICĂ „GRIGORE MOISIL” IAŞI

Concursul județean interdisciplinar „Urmașii lui Moisil”, ediția a IX-a

25 ianuarie 2014

MATEMATICĂ - Clasa a IV-a



8. Într-un coș se află nuci. Carla ia o treime din numărul nucilor și încă 8 nuci, Miruna ia o treime din rest și încă 8, Teo ia o treime din noul rest și încă 8, astfel încât lui Ștefan nu-i mai rămâne nicio nucă, coșul fiind gol. Câte nuci au fost la început în coș și câte a luat fiecare?

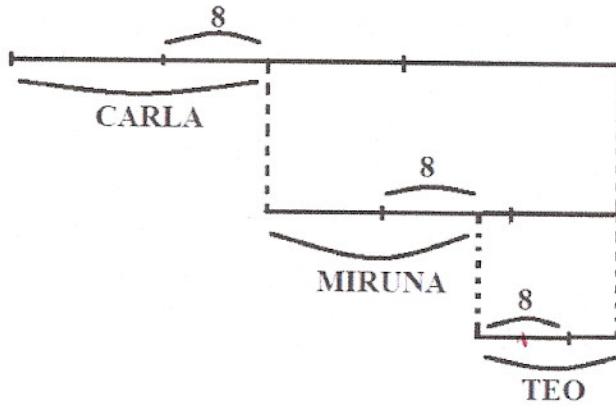
R: Notăm n număr inițial de nuci, c – numărul nucilor luate de Carla, m – numărul nucilor luate de Miruna, t – numărul nucilor luate de Teo.

$$m = (m + 12) : 3 + 8 \Rightarrow m = 18 ;$$

$$c = (c + 12 + 18) : 3 + 8 \Rightarrow c = 27$$

Numărul total de nuci va fi $12 + 18 + 27 = 57$ 1 punct
Rezolvarea 2

Rezolvarea 2



Teo va lúa: $(8 : 2) \cdot 3 = 12$ nuci

$$\text{Miruna va lăua: } (12 + 8) : 2 + 8 = 18 \text{ nuci}$$

Totalul nucilor : $\{[(12 + 8) + 8] : 2\} \cdot 3 = 57$ nuci

9. Pentru umplerea unui bazin pot fi folosite 3 robinete cu același debit. Primul robinet umple o treime din bazin în 18 minute, după care se dă drumul și la al doilea robinet, iar după 9 minute se dă drumul și la al treilea, până se umple bazinul. În cât timp se umple bazinul?

R: Un robinet umple o treime de bazin în 18 minute, deci două robinete vor umple o treime din bazin în 9 minute.

Trei robinete vor umple o treime de bazin în 6 minute. 5 puncte

Timpul total va fi $18 + 9 + 6 = 33$ minute 5 puncte

Impar total va fi $18 + 9 + 6 = 33$ minute 5 puncte

LA FIECARE SUBIECT, ORICE ALTĂ REZOLVARE CORECTĂ SE PUNCTEAZĂ ECHIVALENT.