

Concursul de admitere iulie 2018
Domeniul de licență – *Calculatoare și Tehnologia Informației*

Matematică (Varianta 4)

1. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x^2 + 1) - ax$, unde $a \in \mathbb{R}$. Valorile parametrului a pentru care funcția f este crescătoare sunt:

- ☐ A $(1, +\infty)$ ☐ B $(-\infty, -1]$ ☐ C $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty]$ ☐ D $[-1, 1]$

2. În triunghiul ABC avem $m(\hat{A}) = 60^\circ$, $m(\hat{C}) = 75^\circ$ și $BC = 4$. Lungimea laturii AC este:

- ☐ A $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ ☐ B $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ☐ C $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ☐ D $\sqrt{6}$

3. Cel mai mare element al mulțimii $M = \{\sin 1, \sin 2, \sin 3, \sin 4\}$ este:

- ☐ A $\sin 4$ ☐ B $\sin 1$ ☐ C $\sin 2$ ☐ D $\sin 3$

4. Numărul rădăcinilor reale ale ecuației $\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{97 - x} = 5$ este:

- ☐ A 4 ☐ B 0 ☐ C 1 ☐ D 2

5. Numărul de soluții reale ale ecuației $e^{4x} + e^{2x} = 12$ este:

- ☐ A 4 ☐ B 0 ☐ C 1 ☐ D 2

6. Fie $a_n = \frac{1}{n^2} \int_{-n}^n x \arctg(x) dx$ pentru orice număr natural $n \geq 1$. Atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ este:

- ☐ A 1 ☐ B $\frac{\pi}{2}$ ☐ C 0 ☐ D $\frac{\pi}{4}$

7. Numărul numerelor de patru cifre care au exact trei cifre impare și distincte este:

- ☐ A 1200 ☐ B 120 ☐ C 900 ☐ D 1140

8. Fie hexagonul regulat $ABCDEF$. Expresia vectorului \overrightarrow{AF} în funcție de vectorii $\overrightarrow{AB} = a$ și $\overrightarrow{BC} = b$ este:

- ☐ A $2a + b$ ☐ B $a + b$ ☐ C $-b$ ☐ D $b - a$

9. Numărul de rădăcini reale ale polinomului $P(X) = X^4 - 2X^3 - 3X^2 + 4X + 5$ este:

☐ A 4

☐ B 0

☐ C 1

☐ D 2

10. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție de două ori derivabilă care verifică relația $2xf(x) + f'(x) = 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$ și $f(0) = 5$. Atunci valoarea lui $f''(0)$ este:

☐ A 10

☐ B 0

☐ C 5

☐ D -10

11. Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \sin(\sin(x))}{x^3}$ este:

☐ A $\frac{1}{6}$

☐ B 1

☐ C $\frac{1}{3}$

☐ D 0

12. Dacă $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$, atunci matricea A^{2018} este:

☐ A $\begin{pmatrix} 0 & 2^{4035} \\ 0 & 2^{4036} \end{pmatrix}$

☐ B $\begin{pmatrix} 0 & 2^{2018} \\ 0 & 4^{2018} \end{pmatrix}$

☐ C $\begin{pmatrix} 0 & 2^{4035} \\ 0 & 4^{4036} \end{pmatrix}$

☐ D $\begin{pmatrix} 0 & 2^{2018} \\ 0 & 2^{2019} \end{pmatrix}$

13. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$. Atunci panta tangentei la graficul lui f în punctul de abscisă $x_0 = 3$ este:

☐ A $3e^{-3}$

☐ B 1

☐ C e^{-9}

☐ D e^9

14. Fie $x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$ cu proprietatea că $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$. Atunci perechea $(\sin x, \cos x)$ este:

☐ A $(-\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}})$

☐ B $(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$

☐ C $(-\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}})$

☐ D $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}})$

15. În planul de coordonate xOy , o dreaptă variabilă d care conține punctul $A(0, 5)$ intersectează dreptele de ecuații $x + y = 2$ și $x + y = 3$ în punctele B și respectiv C . Panta m a dreptei d pentru care segmentul BC are lungimea minimă este:

☐ A $m = 2$

☐ B $m = 0$

☐ C $m = -1$

☐ D $m = 1$

Timp de lucru total 3 ore, în care este inclusă și rezolvarea celui de-al doilea subiect, la alegere dintre Informatică și Fizică.

INFORMATICĂ – VARIANTA 4

1. Fie f și g două subprograme cu definițiile de mai jos. Ce valoare va returna apelul $g(6)$?

```
int f(int x){
    if (x%2==0)
        return f(x/2);
    else return x;
}
int g(int x){
    if(x<1) return 1;
    else return f(x*g(x-1));
}
```

```
function f (x:integer): integer;
begin
    if x mod 2=0 then f:= f(x div 2)
    else f:= x;
end;
function g(x:integer): integer;
begin
    if x < 1 then g:=1
    else g:= f(x*g(x-1));
end;
```

a) 3

b) 45

c) 15

d) 315

2. Se consideră următorul subprogram:

```
int doi(int n){
    int p=1;
    while(n>1){
        n=n/2; p++;
    }
    return p;
}
```

```
function doi(n:integer):integer;
var p:integer;
begin
    p:=1;
    while n>1 do
        begin
            n:=n div 2; p:=p+1;
        end;
    doi := p;
end;
```

Pentru un număr real x notăm cu $[x]$ partea sa întreagă. Care afirmație este valabilă pentru valoarea returnată de apelul $doi(n)$, unde n este un număr natural strict pozitiv ?

a) este egală cu puterea la care apare 2 în descompunerea în factori primi a lui n

b) este egală cu $\lfloor \log_2(n) \rfloor + 1$

c) este un număr nenul dacă și numai dacă n este putere a lui 2

d) este egală cu $\lfloor \log_2(n) \rfloor$

3. Care sunt numărul minim și numărul maxim de arce ale unui graf orientat tare conex cu 10 vârfuri?

a) 9 și 45

b) 10 și 90

c) 9 și 90

d) 10 și 45

4. Se consideră funcția f definită mai jos. Ce valoare va returna $f(1,2)$?

```
int f(int m, int n)
{
    if (m==0) return n+1;
    if (m>0 && n==0) return f(m-1,1);
    if (m>0 && n>0) return f(m-1,f(m,n-1));
}
```

```
function f (m,n:integer): integer;
begin
    if m=0 then f:= n+1;
    if (m>0) AND (n=0) then f:= f(m-1,1);
    if (m>0) AND (n>0) then f:= f(m-1,f(m,n-1));
end;
```

a) 3

b) 2

c) 4

d) 1

5. În următoarea secvență de cod variabilele p , m și s sunt de tip întreg.

```
p=10; m=12345; s=0;
while(m>0){
    p=p*10; s=s+m%p; m=m/p;
}
```

```
p:=10; m:=12345; s:=0;
while m>0 do begin
    p:=p*10; s:=s+m mod p; m:=m div p;
end;
```

Care este ultima cifră (a unităților) a valorii memorate în s la sfârșitul execuției acestei secvențe de cod?

a) 5

b) 8

c) 9

d) 7

6. Fie G un graf neorientat cu $n > 2$ noduri și m muchii. Numărul de subgrafuri ale lui G cu cel puțin două noduri este:

a) $2^n - n - 1$

b) $2^n - n$

c) $2^m - 2$

d) $2^m - 1$

7. Generarea folosind metoda *backtracking* a tuturor șirurilor de 3 elemente, fiecare element putând fi orice număr din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, se realizează cu ajutorul unui algoritm echivalent cu cel de generare a:

a) aranjamentelor

b) combinărilor

c) produsului cartezian

d) permutărilor

8. Se consideră două variabile globale x și y, ambele inițializate cu valoarea 1 și următorul subprogram:

```
void f(int x){
    x+=3;
    y=-x;
}
```

```
procedure f(x:integer) ;
begin
    inc(x,3); x:=x-1; y:=x;
end;
```

Care sunt valorile variabilelor globale x și y după execuția apelului f(2)?

a) 4 și 5

b) 3 și 3

c) 1 și 4

d) 4 și 4

9. În următorul algoritm a este o matrice cu n linii și n coloane având elemente întregi; liniile și coloanele matricei a sunt numerotate de la 1 la n. Variabilele i, j, s sunt de tip întreg.

```
s:=0; i:=1;
while(i<=n){
    j:=n;
    while(j>=1){
        if(i==j)
            s = s + a[i][j];
        j--;
    }
    i++;
}
```

```
s:=0; i:=1;
while i<=n do begin
    j:=n;
    while j>=1 do begin
        if i=j then
            s := s + a[i,j];
        dec(j);
    end;
    inc(i);
end;
```

Stabiliți ce reprezintă valoarea memorată în variabila s la finalul execuției algoritmului și care este complexitatea algoritmului.

a) suma elementelor de pe diagonala secundară / $O(n)$

b) suma elementelor de pe diagonala principală / $O(2n)$

c) suma elementelor de pe diagonala principală / $O(n^2)$

d) suma elementelor de pe diagonala principală / $O(n)$

10. Se dau mulțimile A și B având același număr n de elemente. Reprezentăm mulțimile prin vectori sortați crescător. Care este complexitatea algoritmului optim de aflare a intersecției celor două mulțimi?

a) $O(n \log(n))$

b) $O(n)$

c) $O(\log(n))$

d) $O(n^2)$

11. În următoarea secvență de cod variabilele x și k sunt de tip întreg. Înainte de executarea acestei secvențe de cod, k este strict mai mare decât x. Stabiliți care este valoarea expresiei $\text{abs}(k - x)$ la sfârșitul executării secvenței, unde abs este o funcție care returnează modulul unui număr întreg primit ca parametru.

```
while (k > x - 3)
    k--;
x++; k--;
```

```
while k > x - 3 do
    k := k - 1;
inc(x); dec(k);
```

a) 4

b) 2

c) 1

d) 5

12. Fie A, B și C 3 stive inițial vide. Se consideră că, în oricare dintre cele 3 stive, o valoare poate fi adăugată doar dacă este strict mai mică decât valoarea aflată în vârf sau dacă stiva este vidă. Printr-o mutare a unei valori înțelegem scoaterea ei dintr-o stivă și adăugarea ei în altă stivă. Dacă în stiva A sunt introduse pe rând numerele 5, 4, 3, 2, 1 în această ordine, care este numărul minim de mutări de valori folosind cele 3 stive în urma cărora stiva B conține toate elementele care inițial erau în stiva A.

a) 2^5

b) $2^5 - 1$

c) 10

d) 5!

13. În următorul algoritm descris în pseudocod, v este un vector de n elemente întregi, primul element fiind pe poziția 1. Se notează prin \leftrightarrow operația de interschimbare.

```
pentru j ← 1, 2 execută
    pentru i ← 1, n-1 execută
        dacă v[i] > v[i+1] atunci
            v[i] ↔ v[i+1]
```

Care este numărul maxim de interschimbări ce se pot realiza prin executarea algoritmului pentru $n=5$?

a) 8

b) 7

c) 9

d) 10

14. Câți dintre următorii vectori nu pot reprezenta vectorul de tați al unui arbore cu rădăcină?

(3, 4, 0, 3, 4, 1, 2, 1, 2, 1), (0, 6, 1, 2, 8, 4, 1, 1, 1, 1), (0, 3, 4, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 3), (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 6, 5)

a) 1

b) 2

c) 3

d) 0

15. Dacă G este un graf neorientat eulerian cu 10 noduri și 16 muchii și lista de adiacență a fiecărui nod din G este formată din cel puțin un element, atunci câte dintre afirmațiile de mai jos sunt adevărate?

- G este conex
- G are cel puțin un nod de grad egal cu 2
- G este hamiltonian
- G nu conține cicluri elementare de lungime 3.

a) 2

b) 3

c) 4

d) 1

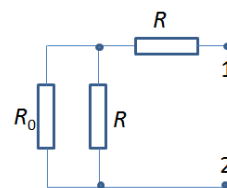
FIZICĂ - Varianta 4

Se consideră accelerația gravitațională $g = 10 \text{ m/s}^2$

1. Dispuneți de trei rezistori cu rezistențele electrice $R_1 = n_1 \Omega$, $R_2 = n_2 \Omega$, $R_3 = n_3 \Omega$, unde n_1, n_2, n_3 sunt numere întregi, pozitive. Acestea satisfac ecuațiile $n_1^2 - n_3 n_1 + 7 = 0$ și $n_2^2 - n_3 n_2 + 7 = 0$. Cei trei rezistori sunt legați în serie, apoi gruparea obținută este conectată la bornele unei surse cu tensiunea electromotoare $E = 17 \text{ V}$ și rezistența internă $r = 1 \Omega$. În aceste condiții, un voltmetru ideal conectat la bornele sursei indică tensiunea:

a) 16V b) 14.5V c) 15V d) 16.5V

2. La bornele unui rezistor electric cu rezistența $R_0 = (\sqrt{5} + 1) \Omega$ se conectează o grupare formată din doi rezistori identici cu rezistența R , ca în figura următoare. Se măsoară rezistența R_{12} între bornele 1 și 2 ale montajului obținut și se constată că $R_{12} = R_0$. Valoarea rezistenței electrice R este:



a) 4Ω b) $(\sqrt{5} - 2) \Omega$ c) 2Ω d) 5Ω

3. Un om se află într-un lift care coboară cu accelerația $a = 2 \text{ m/s}^2$. Raportul dintre greutatea omului și forța cu care acesta apasă asupra podelei liftului este:

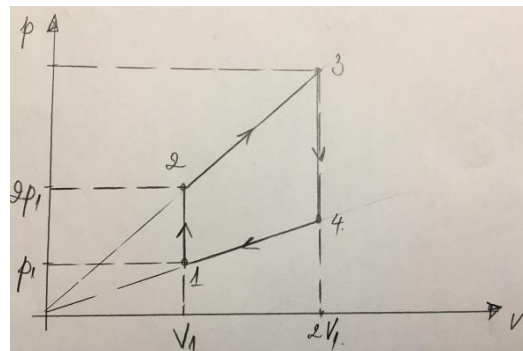
a) 1,20 b) 1,25 c) 1,75 d) 1,50

4. Într-un proces adiabetic suferit de un gaz monoatomic volumul crește de 8 ori. Temperatura acestuia:

a) crește de 48 ori; b) scade de 8 ori; c) crește de 8 ori; d) scade de 4 ori.

5. Lucrul mecanic total efectuat de un gaz în transformarea ciclică din figura alăturată este:

a) $2p_1 V_1$; b) $1,5 p_1 V_1$; c) $2,5 p_1 V_1$; d) $p_1 V_1$

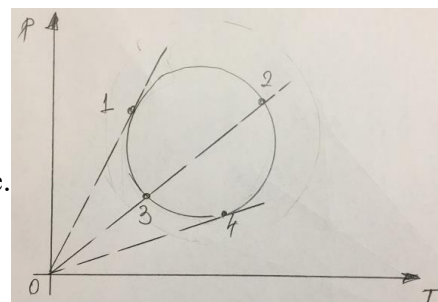


6. Un gaz ideal biatomic disociază în proporție de $f=25\%$. Masa molară devine:

a) $1,25 \mu$; b) $\mu/2$; c) 2μ ; d) $\mu/1,25$.

7. În care dintre stările (1, 2, 3, 4) din figura alăturată, volumul unui gaz are valoarea cea mai mare?

a) 3; b) 2; c) 4; d) 1.



8. Un fir metalic, cilindric, este tăiat în N bucăți de aceeași lungime. Apoi, cele N bucăți sunt conectate în paralel. Rezistența echivalentă a grupării obținute este:

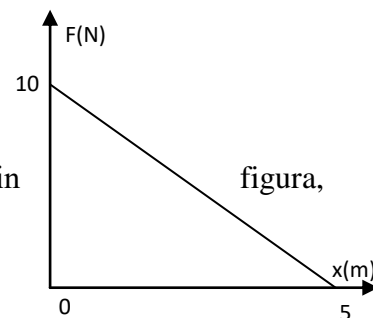
a) direct proporțională cu N^2 b) direct proporțională cu N^{-2} c) invers proporțională cu N d) direct proporțională cu N

9. Un vehicul de mare tonaj circulă pe un drum cu viteza de 90 km/h. Care este masa camionului, dacă impulsul sau are valoarea de 200 kNs?

a) $m=16\text{ t}$ b) $m=12\text{ t}$ c) $m=10\text{ t}$ d) $m=8\text{ t}$

10. Un corp se deplasează de-a lungul axei Ox sub acțiunea unei forțe de modul F paralele cu direcția de deplasare. Mărimea forței variază cu poziția ca în figura alăturată. Lucrul mecanic al forței pe distanța de deplasare din $x = 0\text{ m} \div 5\text{ m}$, este:

a) 10 J b) 15 J c) 21 J d) 25 J



11. Un fir elastic omogen are constanta de elasticitate $k = 300\text{ N/m}$. Se taie din fir o bucată egală cu o treime din lungimea totală a firului nedeformat. Constanta elastică a părții din fir rămase este:

a) 600 N/m b) 900 N/m c) 450 N/m d) 400 N/m

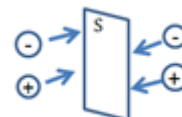
12. Un corp alunecă liber de-a lungul unui plan înclinat de unghi $\alpha = 30^\circ$ și parcurge distanța $d = 20\text{ m}$ până la baza planului. Coeficientul de frecare dintre corp și plan fiind $\mu = \sqrt{3}/6$, viteza cu care corpul ajunge la baza planului înclinat este:

a) $10\sqrt{2}\text{ m/s}$ b) $10\sqrt{3}\text{ m/s}$ c) 12 m/s d) 10 m/s

13. Ampermetrul dintr-un circuit electric serie ce conține o sursă de tensiune electromotoare ideală și un consumator rezistiv cu rezistența electrică R este scurtcircuitat cu un fir conductor cu rezistența electrică neglijabilă. În aceste condiții, valoarea intensității curentului din circuit crește de n ori. Valoarea rezistenței electrice R_A a ampermetrului este:

a) $R_A = \frac{R}{n-1}$ b) $R_A = nR$ c) $R_A = (n+1)R$ d) $R_A = (n-1)R$

14. Prin suprafața S trec cu aceeași viteză (în modul) același număr de sarcini electrice pozitive și negative, egale în modul, sensurile deplasării lor fiind cele indicate în figură. Intensitatea medie I a curentului electric prin suprafața S este:



a) $I \neq 0$, pentru că sarcinile cu semn diferit circulă în sensuri opuse b) $I = 0$, indiferent de sensul în care circulă sarcinile cu semne opuse c) $I \neq 0$, indiferent de sensul în care circulă sarcinile cu semne opuse d) $I = 0$, pentru că sarcinile identice circulă în sensuri opuse

15. Într-un ciclu Otto (figura alăturată) se cunoaște raportul de compresie $\varepsilon=10$ și exponentul adiabatic $\gamma=1,4$. Se cunosc: $2^{0,4}=1,32$; $5^{0,4}=1,90$. Randamentul este:

a) 50%; b) 40%; c) 60%; d) 30%.

